

AValiação Crítica de Livros Didáticos Quanto a Abordagem da Análise Combinatória

José Cicero Gomes Farias¹

Isnaldo Isaac Barbosa²

RESUMO

O presente artigo tem por objetivo fazer um estudo bibliográfico que relaciona a abordagem da análise combinatória em sala de aula, como ele é proposto em documentos norteadores da educação básica e também como esse conteúdo é abordado em livros didáticos. Em síntese, os livros didáticos foram fornecidos por 02 (duas) escolas públicas da rede estadual de Alagoas os quais um deles foi usado no ano letivo de 2018 enquanto o outro será utilizado no ano letivo de 2022 em turmas do 2º ano do Ensino Médio. Abordamos ainda quais recursos didáticos foram desenvolvidos nos capítulos de cada livro que se refere a Análise Combinatória fazendo uma análise de como esses livros foram escritos, como ocorre a formulação de problemas propostos e se estes são relevantes para o aprendizado dos discentes. Por fim, foi feita uma avaliação da adequação e eficiência desses livros ao aprendizado dos discentes tomando como base as propostas elencadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio e a concretização das competências e habilidades previstas pela Base Nacional Comum Curricular.

Palavras-chaves: Análise Combinatória, Livro Didático, Ensino de Matemática.

INTRODUÇÃO

Nos últimos anos conseguimos notar um crescente interesse pela realização de pesquisas sobre o ensino de matemática. Parte desse interesse se deve, em parte, em entender

¹ Mestrando em Matemática pelo PROFMAT – UFAL, Licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Alagoas. Professor de Matemática da rede estadual de educação de Alagoas e tutor online do curso de Licenciatura em matemática da Universidade Estadual de Ciências da Saúde de Alagoas.

² Doutor em Matemática pelo PPGMAT UFAL/UFBA, Mestre e Bacharel em matemática pela mesma Universidade Federal de Alagoas. Diretor do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Alagoas, onde atua também como professor de turmas de graduação e pós-graduação. Realiza pesquisas em Equações Diferenciais Parciais, educação e ensino de matemática.

quais são as problemáticas que rondam o ambiente educacional e também em como enfrentá-las. Diante de um cenário fértil de indagações os Métodos de Contagem, e de forma especial a Análise Combinatória, vem ganhando especial destaque em relação aos demais temas. Tal importância pode ser atribuída ao fato desse conteúdo está diretamente associado a situações cotidianas, pois trabalha dentro da linha da Resolução de Problemas, que é atualmente considerada uma forte tendência metodológica e também ao desenvolvimento do pensamento combinatório que é muito abordado em documentos norteadores como a Base Nacional Comum Curricular e os Parâmetros Curriculares Nacionais.

É importante compreendermos que a abordagem metodológica do professor é de extrema relevância para a ascensão escolar do discente, porém temos que ver tais sujeitos, docente e discente, como partes fundamentais de um processo de cooperação que envolve também a escola, a família, o sistema de ensino e o material didático.

Assim, sob a perspectiva de entender como o livro didático pode ser utilizado pelos alunos e professores dentro e fora da sala de aula que esse trabalho foi realizado, pois o livro didático, embora não seja a única, ainda é a principal referência bibliográfica para a definição de conceitos abordados em sala de aula pelo professor e também pelos alunos, além de servir, como fonte de exercícios utilizados para aprender tais conceitos.

A escolha do tema se deu em parte por afinidade com a temática de estudo, pois durante a graduação do primeiro autor foi possível perceber que o raciocínio desenvolvido pela análise combinatória é muito rico para a educação matemática, como também por perceber que na prática a abordagem da Análise Combinatória é realizada apenas no segundo ano do ensino médio (salvo poucas exceções). O que acabou gerando uma série de questionamentos sobre porque essa abordagem não é iniciada mais cedo? E como ela vem sendo feita pelos professores em sala de aula e também nos próprios livros didáticos?

Assim delineou-se como objetivos desse trabalho, de forma mais geral, compreender de que forma esse conteúdo deveria ser abordado para os alunos a fim de permitir que os mesmos realmente aprendam o conteúdo, e de forma específica, buscou-se entender como dois exemplares de livros didáticos feitos por autores distintos traziam esse mesmo conteúdo, compreendendo também como os PCN's descrevem a abordagem mais indicada desse tema em sala de aula.

Para fazer tal análise, utilizamos como referência metodológica LIMA (2001) para avaliar os livros de acordo com quatro critérios que buscam analisar: a relação entre a teoria e

a aplicação, a proposição de atividades colaborativas entre os discente, a formalização de conceitos e, por último, se os livros didáticos em estudo podem ser adotados como ferramenta de trabalho do professo. Em paralelo, analisamos como esses dois livros didáticos dialogam com o que é proposto pela BNCC – Base Nacional Comum Curricular e com os PCN’s – Parâmetros Curriculares Nacionais.

DESENVOLVIMENTO

A Importância da Análise Combinatória no Ensino da Matemática

É muito comum, aos profissionais que atuam com docência de matemática no ensino médio, perceber que análise combinatória figura como um conteúdo no qual os alunos apresentam grande dificuldade de internalização dos conceitos e na relação destes com situações-problemas diversos. Parte dessa dificuldade vem da necessidade de interpretar esses tipos de problemas de forma individual, ver suas peculiaridades e restrições impostas, e do posicionamento ativo frente a situação-problema abordada que, muitas vezes por uma abordagem tardia, ainda não foi desenvolvido pelos alunos.

Uma das mais fascinantes características da Análise Combinatória é que cada um dos problemas se apresentam como um desafio único para os alunos, pois exige dos alunos flexibilidade de pensamento: é necessário parar, concentrar-se, discutir, se pôr como sujeito ativo da situação problema e pensar para resolvê-los. As operações combinatórias são genuinamente essenciais para desenvolver o aluno cognitivamente.

Por isso, seria interessante que assim como é defendido na Base Nacional Comum Curricular, aprovada no dia 15 de dezembro de 2017, esse conteúdo fosse abordado desde os primeiros anos de escolarização, para que eles viessem a se familiarizar-se com problemas de contagem, descrevendo os casos possíveis e contando-os através de uma representação de sua escolha, sem regras a princípio, de modo que eles adquirissem um método sistemático e gradativo para a resolução de problemas, visando uma formalização mais sólida no ensino médio, ou em alguns casos nos últimos anos do ensino fundamental.

Tal tema, no entanto não está sendo muito bem visto no contexto escolar, tanto por docentes quanto por discentes, pois muitas vezes ele só parece um emaranhado de fórmulas e definições razoavelmente simples com aplicações muito confusas. Tal concepção vem da falta de exemplos concretos, conhecimento e aplicações em sala de aula. A introdução desses

conceitos, mesmo que seja básica, pode ser aos poucos desmistificada com uso de exemplos graduais e presentes na realidade dos alunos, dando ênfase ao uso do princípio fundamental da contagem para resolver exercícios, apresentando fórmulas como uma consequência do estudo de tais problemas e da necessidade de generalizar problemas mais gerais.

Já nos primeiros anos de vida, percebemos que a primeira técnica instintiva matemática que as crianças aprendem é a de “contar”, ou seja, enumerar elementos de um conjunto com a finalidade de descobrir quantos elementos esse mesmo conjunto tem. Uma vez que elas aprendem a “contar” passam a fazer comparações entre conjuntos juntando ou excluindo elementos de dois ou mais conjuntos e fazendo a reordenação desses elementos. Esses atos, praticados sem relação aparente com a matemática, são os primeiros sinais da capacidade quase instintiva que temos de realizar contagens, comparação e construir novos agrupamentos.

O ensino de combinatória torna-se válido quando utilizamos raciocínio e entendimento das fórmulas e métodos utilizados para resolver determinados problemas. A aplicação direta de fórmulas sem que seja concebido o entendimento das mesmas, faz com que os discentes apenas executem mecanicamente passos pré-definidos de forma mecânica, tornando o seu estudo e aprendizado em um mero jogo de fórmulas e mais fórmulas, cujo o objetivo de aprendizagem se torna cada dia mais incerto.

Sabemos que certos problemas podem ser resolvidos apenas realizando a enumeração de seus casos, mas também sabemos que muitas vezes esse método se torna impraticável por causa do número de casos que podem aparecer. Desta forma, podemos mostrar a necessidade de fazer uso de alguma “regra” para a obtenção dos resultados desejados, desde que os mesmos sejam deduzidos e compreendidos pelos nossos alunos.

Métodos de Contagem: Análise Combinatória e sua Abordagem nos Livros Didáticos.

Ao falarmos da análise combinatória no cerne educacional encontramos algumas características bem peculiares que cercam o ambiente escolar, como por exemplo, a abordagem dessa temática muito tardia, ou de forma inapropriada; o que de fato é um grande problema, uma vez que tal abordagem em ambientes de ensino-aprendizagem pode ser realizada por meio de situações contextualizadas do cotidiano do próprio aluno, e de preferência a temática deveria ser abordada em sala de aula como uma forma diferente de pensar em matemática, que abrange

novos contextos e aplicações além de apresentar razões históricas sólidas que deram origem a esse conhecimento.

Porém o ensino de Análise Combinatória vem sendo realizado baseado no modelo formula-aplicação, ou seja, é apresentado para o aluno um conjunto de formulas e o aluno é incentivado a encontrar o processo de resolução baseado na identificação de qual formula se adequa a aquele caso, quando o mais recomendado seria conduzir o aluno a analisar o tipo de situação-problema apresentada a ele para, depois dessa análise, o mesmo possa buscar métodos, formulas ou algoritmos que sejam capazes de favorecer a resolução observando cada característica do problema que ele está trabalhando para resolver.

É importante também compreender que o planejamento, a participação do aluno na construção dos conceitos, as estratégias de ensino, a aplicação abordagem do conteúdo aplicado ao dia a dia do aluno, a própria criação de situações problemas e de forma especial a escolha do livro didático são fatores que conduzem o aluno a um aprendizado significativo de Análise Combinatória.

Parafrazeando as ideias de HARIKI, (1996, p. 29) que diz que os problemas combinatórios são usualmente considerados difíceis pela maioria dos alunos e professores de matemática, explicando que talvez a principal dificuldade seja a da conexão adequada entre o problema combinatório que está sendo abordado e a teoria matemática que corresponde ao mesmo. O mesmo autor ressalta ainda que é difícil determinar se um problema combinatório é um problema de arranjo, combinação ou de permutação, ou então se é suficiente usar diretamente o princípio multiplicativo. O que torna extremamente necessária a abordagem ativa por parte do aluno

Algo interessante de ser ressaltado é que para o aprendizado de Análise Combinatória se realizar de forma satisfatória seria necessária que, assim como previsto na BNCC – Base Nacional Comum Curricular – este conteúdo deveria ser abordado já no 4º e 5º ano do ensino fundamental, com situações-problemas simples que estimulasse o raciocínio combinatório do aluno, para que no 8º ano do ensino fundamental fosse apresentado para o aluno o Princípio Multiplicativo, explorando sua aplicação em diversas situações, e que no Ensino Médio o aluno possa rever esse conteúdo estando apto a compreender o que está sendo solicitado e usar o raciocínio combinatório adquirido para melhorar a sua aprendizagem. O que não ocorre geralmente, embora tal proposta está prevista nos PCN's – Parâmetros Curriculares Nacionais– que diz que:

<http://www.maceio.al.gov.br/semmed/revista-saberes-docentes-em-acao>

No decorrer dos primeiros ciclos do Ensino Fundamental os alunos devem ser levados a desenvolver a familiarização com a contagem de agrupamentos, de maneira informal e direta, fazendo, por exemplo, uma lista de todos os agrupamentos possíveis para depois conta-los. (BRASIL, 1999, p. 52).

Embora tal abordagem venha a ser preconizada nos PCN's e na própria BNCC, a realidade é que grande parte das escolas brasileiras só abordam esse conteúdo a partir da 2ª série do ensino médio, o que na grande maioria das vezes tem como reflexo muitas dificuldades de compreensão, tanto por parte dos discentes quanto dos docentes, pois tal conteúdo é baseado numa construção gradativa de contagem, que quando abordado em um período de tempo extremamente curto, traz à tona grandes dificuldades no processo de ensino-aprendizagem.

Pensando no ensino como um todo temos também que perceber a necessidade de fazer levantamento de dados referentes aos livros didáticos que tratam da Análise Combinatória, buscando compreender quais as principais dificuldades presentes no desenvolvimento desse conteúdo. Para tanto, precisamos compreender se a metodologia presente nos livros didáticos é coerente com as propostas descritas nos PCN's, avaliando esses livros segundo critérios de avaliação específicos, que nos façam refletir se o aluno é capaz de abstrair informação necessária para o ideal entendimento do conteúdo.

Critérios de Análise dos Livros Didáticos.

Sabemos que ao analisar um livro didático de matemática do ensino médio “deve-se levar em conta, acima de tudo, sua adequação às três componentes básicas desse ensino, a saber: Conceituação, Manipulação e Aplicação.” (LIMA, 2001) observando se o livro estudado não apresenta erros na definição dos conceitos estudados, linguagem desconexa do público alvo, formalismo excessivo, conexões entre tópicos pouco claras e se o mesmo apresenta qualidade didática. Além de “Em seguida, devesse indagar se o livro examinado é organizado de modo a permitir ao seu leitor (professor ou aluno) o acesso aos, a familiarização com, e – posteriormente – a utilização efetiva dos conhecimentos adquiridos.” (LIMA, 2001), com base nesses componentes foi estabelecida quatro categorias com a finalidade de entender como a Análise Combinatória é tratada nos livros didáticos. Tais categorias estão definidas da seguinte forma:

A relação entre a teoria e a aplicação

Levando em consideração que a Análise Combinatória é uma área muito rica no que se refere à exploração de situações práticas da nossa realidade, torna-se então necessário

observar, primordialmente, a relação existente entre teoria e aplicação no que diz respeito aos livros didáticos. É a partir desse raciocínio que se faz necessária a apresentação da definição dos Princípios Aditivo e Multiplicativo nos livros didáticos por meio de situações-problemas que pertençam à realidade dos alunos para que a abordagem de problemas, fora da realidade dos mesmos e situações mais complexas sejam exploradas de forma mais eficaz.

O tratamento dos princípios multiplicativo e aditivo realizado pelos livros didáticos deve ser de forma bem definida, já que desses princípios são derivados das regras básicas de contagem; essas regras por sua vez, exigem um detalhamento dos agrupamentos, que na prática, só serão satisfatórios caso haja um entendimento por parte do aluno das tabelas e diagramas que foram construídos a partir de um determinado método; como por exemplo, a Árvore de Possibilidades.

Outro ponto interessante a ser observado é se o livro didático, em sua abordagem do conteúdo, não induz o aluno a mecanizar seus métodos de resolução de problemas de combinatória por meio de exercícios propostos que seguem a mesma lógica de resolução dos exemplos e acabam de certa forma induzindo o aluno a repetir um mesmo método vicioso de resolução para vários exercícios. Esse tipo de situação não colabora com a aprendizagem do aluno, e ainda colabora para a manutenção do mito de que a matemática não passa da aplicação de fórmulas prontas; o que sabemos ser claramente uma mentira.

A proposição de atividades colaborativas entre os discentes.

Nesta segunda categoria é observada a importância da proposição de atividades que necessitem da colaboração entre os discentes, sendo nesse caso, o livro didático um elo entre os alunos e o conhecimento. Levando assim a construção de uma ideia positiva do conteúdo abordado e dos diversos processos de construção de estratégias de resolução.

Cabe ressaltar que o livro didático é uma das mais importantes referências para o aprendizado do aluno em sala de aula, logo os conteúdos devem ser apresentados nos mesmos de forma clara e objetiva, evitando linguagem muito rebuscada, desenvolvimento de algoritmos extensos, aplicações complexas sem nenhuma relação com a realidade do discente. A execução de trabalhos colaborativos entre os alunos, nessa perspectiva, pode otimizar a compreensão dos tópicos abordados pois é dada ênfase a construção coletiva de ideias que permitem resolver os problemas propostos.

Formalização de conceitos.

No que diz respeito a como esses conceitos serão formalizados, são levantadas três situações quanto à ordem na qual são introduzidos os conteúdos de Análise Combinatória a partir de problemas, se são: no início, durante a resolução de problemas ou depois que os problemas são resolvidos, refletindo sobre quais são as vantagens e desvantagens de cada uma das situações.

Na primeira hipótese é ressaltada a importância de realizar a introdução do conteúdo por meio de uma situação-problema, o que permite ao aluno construir seu próprio conhecimento a partir da curiosidade em saber mais sobre o assunto que foi estimulada por essa situação-problema.

Por incitar a curiosidade do aluno, esse método é o mais utilizado em livros didáticos. Porém pode ocorrer de se estabelecer nas situações-problemas expectativas de que iniciar um conteúdo por meio de um problema desafio é fator necessário para garantir uma boa aprendizagem e uma interiorização do conteúdo adquirido, que quando a compreensão do conteúdo não é obtida pelo aluno pode ocasionar um desapontamento no aprendizado do mesmo, ou em outro caso, ocasionar no aluno a percepção de querer ver aplicação em todos os exercícios propostos no livro; o que não é possível, dado que determinados exercícios foram construídos para treino de algoritmos ou aplicação de outros conceitos matemáticos.

Já na segunda hipótese, por causa do desenvolvimento simultâneo dos conceitos estudados e da resolução dos exercícios o discente é levado a entender a teoria de forma mais coerente, pois o problema conduz o aluno a entender a teoria. Porém, com a tendência presente nos exercícios propostos nos livros didáticos de aumentar gradualmente o grau de dificuldade dos problemas em detrimento do nível do acúmulo de conteúdo, situações distintas podem exigir determinadas peculiaridades que não estão inclusas na formulação da teoria em si.

Na última hipótese, o conteúdo só é desenvolvido depois da resolução do problema; o que dá a possibilidade de o aluno observar qual problema se adequa melhor a teoria e constatar sem muito esforço o desfecho do conteúdo. Porém, o caráter participativo na construção do conhecimento é ceifado, pois tal hipótese funciona como uma fórmula pronta. Por fim, devemos ressaltar que independente das hipóteses apresentadas, para o aluno a resolução de problemas tem o papel de despertar e aprimorar a capacidade seu raciocínio lógico-dedutivo, o desenvolvimento intuitivo, a autonomia crítica e conseqüentemente a sua percepção de mundo, adequando os mesmos as diferentes situações que encontraram no cotidiano.

O livro didático como ferramenta de trabalho do professor.

Nessa última categoria é avaliado se o livro didático é capaz de traduzir o conteúdo de forma objetiva, oferecer subsídios para o desenvolvimento do conteúdo e apresentar ao professor diversas ideias que possam auxiliar o professor na transposição didática do que está escrito de forma formal no livro didático para o que é vivenciado pelos alunos no dia a dia e tem caráter matemático a ser explorado. Sendo, portanto o livro didático um elo entre docente e discente que consegue fornecer um leque de informações essenciais sobre o conteúdo, ser flexível a realidade do cotidiano dos alunos, assegurando assim, conhecimento e aplicabilidade.

Análise de Dados.

Para a realização desse trabalho realizou-se um resumo sobre o conteúdo de Análise Combinatória e um levantamento de dados sobre esses livros didáticos.

Livro Utilizado: Quadrante Matemática.

Autores: Eduardo Chavante e Diego Prestes.

Editora: Edições SM, 2017 (PNLD 2018).

Resumo: Esta obra não faz uma abordagem histórica do conteúdo de Análise Combinatória, e inicia o conteúdo mostrando o problema de segurança ao qual estamos expostos atualmente, mostrando também como se dá a construção de senhas mais seguras e difíceis de serem hackeadas. Apresentando como primeiro tópico o Princípio Fundamental da Contagem através de um exemplo com a utilização da árvore de possibilidades; partindo em seguida de uma situação-problema para fundamentar a ideia central do Princípio Multiplicativo através da verificação de dados apresentados e tabelas para então formular a definição do princípio multiplicativo. Em seguida o tópico de Fatoriais é apresentado de forma objetiva, apresentando casos comuns de números fatoriais sem a definição de um algoritmo que defina o método para um caso geral. Por último, foi abordado o tópico referente à Permutação, Arranjo e Combinação onde é apresentado cada um dos conceitos seguido de um problema com o objetivo de aplicar a definição. Os conceitos de Arranjo e Combinação são apresentados de uma forma que não deixa claro ao aluno compreender porque a ordem importa ou não, e como diferenciar esses conceitos em situações-problemas. Os exercícios resolvidos sobre Permutação, Arranjo e Combinação não fazem uso do Princípio Multiplicativo. No final do capítulo sobre análise combinatória há uma lista de exercícios propostos retirados de

vestibulares que seguem a mesma linha de raciocínio para a resolução que os exercícios resolvidos e cada tópico é finalizado com um problema que envolve situações do dia a dia.

Livro Utilizado: Prisma Matemática: Estatística, Combinatória e Probabilidades.

Autores: José Roberto Bonjorno, José Ruy Giovanni Júnior, Paulo Roberto Câmara de Sousa

Editora: FTD, 2020 (PNLD 2021).

Resumo: A abordagem histórica do conteúdo não é realizada. O autor aborda com a exposição do conceito e depois apresenta três situações-problemas para solidificar a conceituação do conteúdo e instigar o leitor. As situações problemas são abordadas por meio de tabelas, diagramas e em alguns casos por árvore de possibilidades em todos os tópicos do capítulo sobre Análise Combinatória. O estudo de Fatorial é definido com base em algoritmos que o define para casos gerais, sendo trabalhadas as propriedades de soma, subtração, multiplicação e divisão de números fatoriais a partir de exercícios de fixação e problemas propostos. São apresentados diversos exemplos que permitem ao aluno trabalhar diferentes métodos de contagem. A ideia de Permutação é apresentada como um caso particular de Arranjo e os algoritmos para cada tópico é realizada no próprio livro como uma consequência de casos particulares, além de ser feita a diferenciação entre Arranjos e Combinações. Os exercícios propostos ao término de cada tópico, dos quais muitos são retirados de vestibulares, traduzem com grande frequência ideias práticas do cotidiano. Porém não há menção durante todo o capítulo da relação do conteúdo com outras áreas do conhecimento.

Aplicação dos Critérios de Avaliação ao Livro Didático em Estudo.

De acordo com os critérios de avaliação definidos no capítulo 2 a análise do primeiro livro, **Quadrante Matemática**, revela os seguintes fatos:

- **A relação entre a teoria e a aplicação:** Há uma construção dos Princípio de Contagem e do Princípio Multiplicativo a partir de situações-problemas bem sugestivas, refletindo assim na construção intuitiva por parte do aluno do conteúdo estudado e o levando a assumir um posicionamento mais investigativo; há também a construção de tabelas e da árvore de possibilidades com fácil grau de compreensão. Os demais tópicos: Arranjo, Permutação e Combinação já não são abordados partindo de uma situação-problema convidativa para o aluno, o que de fato ocorre é a apresentação de um exemplo a ser resolvido, que na prática não tem relação com o cotidiano do aluno.

Os tópicos de Permutação, Arranjo e Combinação são abordados sem o uso de tabelas, diagramas ou do princípio multiplicativo, dificultando assim o entendimento do aluno no que diz respeito à coerência das ideias e a distinção entre os conteúdos abordados. O desenvolvimento do algoritmo para cada um dos tópicos é apresentado apenas como uma fórmula pronta, sem nenhuma demonstração, tendo apenas em seguida uma definição de em quais casos aplicar.

- **A proposição de atividades colaborativas entre os discentes:** A linguagem apresentada no livro didático é muito acessível ao entendimento do aluno. O fato de ser abordado o uso de tabelas e diagramas somente no Princípio Multiplicativo acaba dificultando o entendimento dos alunos nos demais tópicos. Cada tópico apresenta ao seu término um exercício que adequa o conteúdo desenvolvido a uma situação do cotidiano, porém devido ao tipo de exercício abordado durante o capítulo e a forma como cada tópico é abordado, o aluno dificilmente entenderá o exercício proposto no final de cada tópico.

- **Formalização de conceitos:** Referente à ordem de introdução dos conteúdos, no tópico Princípio Multiplicativo a situação-problema é apresentada antecedida de uma definição formal, sendo essa situação-problema bastante sugestiva, onde a definição dos conceitos apresentava respaldo no uso de tabelas, diagramas e em alguns casos da árvore de possibilidades. Já nos tópicos seguintes as definições são realizadas diretamente, com a sugestão apenas de um exemplo de aplicação direta, não apresentando uma grande variedade de exemplos. Apresentando uma carência de situações-problemas diversificadas, nesses últimos tópicos e comprometendo a forma como o aluno percebe a combinatória e como o mesmo percebe a importância desse conteúdo no seu cotidiano.

- **O livro didático como ferramenta de trabalho do professor:** Foi possível perceber através da análise do livro didático que o mesmo não apresenta situações claras que trazem a abordagem do estudo da análise combinatória para situações presentes na sociedade ou na realidade dos alunos. É apresentado um problema ao término de cada tópico que aborda situações do cotidiano. É apresentada uma série de exercícios de vestibulares no final do capítulo com um bom grau de contextualização; porém não é apresentada uma proposta composta por uma pesquisa ou trabalho de campo que poderia ser realizada com os alunos para reforçar o entendimento dos conteúdos abordados.

Já a análise do livro **Prisma Matemática**, com base nos critérios de avaliação, podemos perceber os seguintes fatos:

- **A relação entre a teoria e a aplicação:** Todos os tópicos referentes ao tema de Análise Combinatória são abordados a partir de situações-problemas que, pelo seu caráter sugestivo, estimula o aluno ao estudo de combinatória. O recurso ao uso de tabelas e diagramas é utilizado sempre que preciso em todos os tópicos, o que facilita a percepção dos alunos na visualização dos agrupamentos que antecedem as definições específicas de cada tópico. A abordagem de exemplos que apresentam diferentes métodos de organização para resolução de problemas é variada, esses mesmos exercícios por apresentarem situações diversas que quebram com métodos de resolução mecanizados. Além de apresentar algoritmos que dão sentido ao desenvolvimento das formulas.
- **A proposição de atividades colaborativas entre os discentes:** Como falado anteriormente, a linguagem do livro didático em estudo é clara e objetiva. Os textos do mesmo são organizados de acordo com uma lógica de organização do conteúdo por tópicos; esses tópicos partem do Princípio Multiplicativo e abordam Arranjos, Permutações e Combinações respectivamente. É abordado também permutação com repetição se utilizando de muitos exemplos resolvidos.
- **Formalização de conceitos:** No que tange a ordem em que o conteúdo é abordado, percebe-se que todos os tópicos partem de situações-problemas bem específicas. Usa-se constantemente diagramas e tabelas, sendo desenvolvido também algoritmos para as fórmulas de Permutação, Arranjo e Combinação. Tendo uma abordagem mais extensa no tópico de fatorial dos estudos das propriedades básicas de números fatoriais, já que os mesmos serão utilizados constantemente, direta ou indiretamente, durante todo o capítulo e precisam ser bem trabalhados.
- **O livro didático como ferramenta de trabalho do professor:** Os exercícios resolvidos apresentados no livro didático em estudo apresentam em sua maioria, situações que estão diretamente relacionadas ao cotidiano do aluno, apresentando também muitos exercícios propostos, muitos deles retirados de vestibulares, que são contextualizados. Cabe salientar que inexistem no livro didático atividades que busquem levar o aluno a ter acesso a diferentes processos de aplicação da Análise combinatória em outras áreas do conhecimento, como por exemplo, um estudo de campo ou até mesmo um projeto.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais e os Livros Didáticos em Estudo.

O ensino compreende bem mais que uma mera formalização de ideias, bem mais que uma troca de informações, ele compreende em sua essência uma relação de auto reciclagem e de interações que transformam a vida. Aos profissionais envolvidos no processo educativo cabe garantir que o aluno tenha pleno acesso a experiências que o ajude a criticar, analisar e fazer inferências sobre aquilo que está distante dele. Como salienta os PCN's:

No decorrer dos primeiros ciclos do Ensino Fundamental os alunos devem ser levados a desenvolver a familiarização com a contagem de agrupamentos, de maneira informal e direta, fazendo, por exemplo, uma lista de todos os agrupamentos possíveis para depois conta-los. (BRASIL, 1999, p. 52).

Uma das grandes competências propostas pelos PCNEM³ diz respeito à contextualização sociocultural como forma de aproximar o aluno da realidade e fazê-lo vivenciar situações próximas que lhes permitam reconhecer a diversidade que o cerca e reconhecer-se como indivíduo capaz de ler e atuar nesta realidade. (BRASIL, 2010, p. 126).

Atualmente, diante das grandes transformações sociais e do grande avanço da ciência e tecnologia a educação precisa ser concebida de tal forma que os sujeitos envolvidos nesse processo tenham acesso a um aprendizado que o ajude a traduzir o mundo a sua volta. Nessa sociedade, o conhecimento matemático é amplamente necessário em diversas situações; seja como base para outras áreas do conhecimento, como instrumento para lidar com situações do cotidiano ou como forma de desenvolver habilidades de pensamento. Sendo assim, no ensino médio, etapa final da escolaridade básica, Segundo as PCN+⁴ – Orientações Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais:

A Matemática deve ser compreendida como uma parcela do conhecimento humano essencial para a formação de todos os jovens, que contribui para a construção de uma visão de mundo, para ler e interpretar a realidade e para desenvolver capacidades que deles serão exigidas ao longo da vida social e profissional. (BRASIL, 2010, p. 111).

A matemática como uma disciplina que desenvolve o pensamento lógico-dedutivo deverá ser capaz de motivar o aluno a compreender informações diversificadas, resolver problemas e ter êxito na aplicação do conhecimento matemático em diferentes situações do cotidiano. Falando de forma específica da Análise Combinatória, o aluno deverá adquirir autonomia para traduzir e classificar informações, entender diferentes processos de contagem,

³ Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio - Matemática

⁴ Orientações Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+: Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias)

interpretar tabelas e diagramas e também distinguir diferentes formas de agrupamentos formados pelos operadores combinatórios.

As habilidades de descrever e analisar um grande número de dados, realizarem inferências e fazer previsões com base numa amostra de população, aplicar as ideias de probabilidade e combinatória a fenômenos naturais e do cotidiano são aplicações da Matemática em questões do mundo real que tiveram um crescimento muito grande e se tornaram bastante complexas. (BRASIL, 1999, p. 44).

O livro didático Quadrante Matemática não retrata o estudo da Análise Combinatória e sua evolução histórica, uma vez que essa abordagem poderia permitir que o aluno viesse a compreender o quão o conteúdo foi, e ainda é importante na construção do conhecimento através dos tempos. Porém é de suma relevância demonstrar a importância do conhecimento matemático, uma vez que essa é uma condição necessária para o aprimoramento profissional e social do aluno. Tal relevância é colocada em pauta quando os PCN's nos dizem que:

É importante que o aluno perceba que as definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos têm a função de construir novos conceitos e estruturas a partir de outros e que servem para validar intuições e dar sentido às técnicas aplicadas. (BRASIL, 1999, p. 40).

A utilização de situações-problemas nos tópicos do livro didático não é bem definida, embora desenvolver o conteúdo tomando como base situações – problemas pode ajudar no processo de compreensão, investigação e motivação do aluno no que se refere ao entendimento do conteúdo. Com exceção do tópico de Princípio multiplicativo, os demais tópicos não apresentam situações – problemas e sim uma adaptação de exercícios que não relacionam o cotidiano do aluno com o conteúdo que está sendo estudado. O que em síntese contraria as propostas apresentadas pelos PCN's que destacam o pleno desenvolvimento do conhecimento matemático do aluno na abordagem do seu dia a dia e também na sua capacidade de resolver problemas que estão presente em situação bem variadas que estes encontrem.

Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais. (BRASIL, 1999, p. 40).

Por fim, percebemos que o livro didático apresenta exercícios com poucos recursos aplicativos e sem muita diversidade. Não foi proposta no livro didático alguma atividade que conduza o discente a uma pesquisa ou até mesmo ao levantamento de dados sobre a

aplicabilidade da Análise Combinatória em diferentes áreas do conhecimento ou sobre o desenvolvimento de tal conteúdo em tecnologias atuais. Observando a grande aplicabilidade da Análise combinatória na sociedade contemporânea, era de se esperar que o livro didático estudado fizesse mais adaptações de exemplos e exercícios que fornecesse ao aluno um conhecimento mais amplo no que diz respeito à aplicabilidade da Análise Combinatória. Contudo, os PCN's estabelecem que o estudo da Matemática deve adaptar seus conteúdos as tecnologias da qual temos acesso, e instigar o aluno a adquirir conhecimento nas promissoras áreas tecnológicas.

É preciso ainda uma rápida reflexão sobre a relação entre Matemática e tecnologia. Embora seja comum, quando nos referimos às tecnologias ligadas à Matemática, tomarmos por base a informática e o uso de calculadoras, estes instrumentos, não obstante sua importância de maneira alguma constitui o centro da questão. (BRASIL, 1999, p. 41).

O livro didático, Prisma Matemática, introduz o estudo de Análise Combinatória a partir de situações – problemas que partem de situações do cotidiano. Essa abordagem próxima da realidade do aluno se dá em todos os tópicos, ocorrendo também à organização do conteúdo por meio de tabelas e diagramas que acabam ajudando o aluno no melhor entendimento do tipo de agrupamento formado em cada situação. Permitindo assim que o aluno compreenda as diferentes aplicações da Análise Combinatória em cada situação – problema apresentada, além de criar uma relação prática entre o conteúdo e a realidade dos alunos.

Nota-se também uma ampla diversidade de exemplos que permitem ao aluno compreender diversas situações e construir diferentes métodos de contagem que podem ser muito utilizados em exercícios de Análise Combinatória. Já no que se refere ao que propõe os PCN's a adaptação do conteúdo para o cotidiano do aluno, bem como a compreensão na resolução de problemas dão suporte ao aluno quando o mesmo precisa definir comportamentos seguros em diversas situações que ele possa enfrentar.

Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais. (BRASIL, 1999, 40).

Contudo, não é realizada uma abordagem histórica do conteúdo no livro didático e a importância desse conhecimento desde a antiguidade até o mundo atual. Embora a inserção dessa abordagem histórica devesse acontecer com a finalidade de promover uma

contextualização sociocultural, como está previsto nos PCN's: "Relacionar etapas da história da Matemática com a evolução da humanidade" (BRASIL, 1999, p. 46).

Referente à inserção dos conteúdos nas novas tecnologias, não há referências que evidenciam a aplicabilidade da Análise Combinatória. A observação feita para o livro Quadrante Matemática pode ser aplicada ao livro Prisma Matemática, visto que segundo os PCN+ "as calculadoras e o computador ganham importância como instrumentos que permitem a abordagem de problemas com dados reais ao mesmo tempo em que o aluno pode ter a oportunidade de se familiarizar com as máquinas e os softwares" (BRASIL, 2010, p. 101).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do trabalho realizado, segundo o referencial teórico, a avaliação dos livros didáticos e também as propostas dos Parâmetros Curriculares Nacionais, compreendemos que o ensino de Análise Combinatória é de suma importância para a formação do discente, além de ser imprescindível para o desenvolvimento do raciocínio lógico – dedutivo e na adaptação de inúmeras situações a contextos do seu cotidiano.

A análise crítica dos livros didáticos em estudo nos permitiu perceber que há pontos importantes a serem revistos na quanto a abordagem do conteúdo. Um exemplo de revisão a ser feita pode ser exemplificado quando notamos que os livros não trazem uma abordagem histórica do conteúdo estudado. Tal abordagem seria muito importante para que o aluno viesse a compreender como tal conhecimento surgiu e porquê aprendê-lo.

Concluimos também que a abordagem de situações-problemas que ajudam o discente a relacionar claramente o conteúdo abordado com situações práticas do dia a dia sem promover mecanizações de fórmulas está presente em apenas um dos dois livros, mais especificamente no livro Prisma Matemática, o que nos preocupa bastante pois tal abordagem seria muito importante para ajudar no processo de concretização da aprendizagem dos alunos.

Ao estabelecer um diálogo dos critérios adotados com a BNCC e os PCN's podemos concluir que notavelmente há adequações que devem ser feitas em ambos os livros para que sua abordagem seja rigorosamente adequada ao que é preconizado em tais documentos oficiais e também para que de fato exerçam a função de principal suporte bibliográfico dos docentes que os utilizam em sala de aula.

Compreendemos ainda que embora este conteúdo encontre grande resistência ao ser ensinado, pois os alunos apresentam grande dificuldade no entendimento do raciocínio de

resolução de problemas de contagem, percebemos que muitas dessas dificuldades poderiam ser sanadas com a adequação dos livros didáticos a realidade do aluno como preconiza os documentos orientadores e também pela abordagem desse conteúdo também no ensino fundamental.

Quanto a constante apresentação do conteúdo de Análise Combinatória por meio do uso de fórmulas sem o cuidado em deduzi-las ao longo do desenvolvimento do conteúdo. Concluímos que essa abordagem do conteúdo por meio de formulas pode empobrecer o potencial do aluno, sua criatividade, imaginação e sua autonomia para resolver problemas matemáticos diversos. Uma vez que essa abordagem tira do aluno a oportunidade de entender aquilo que está aprendendo de forma ampla, limitando-o apenas a uma posição passiva de aplicar essa ou aquela formula para chegar a solução de problemas.

Outro ponto importante é que quando olhamos para a realidade da sala de aula vemos que existem importantes etapas no planejamento escolar que são determinantes no processo de ensino-aprendizagem. Uma dessas etapas é a escolha do livro didático pelos docentes. Logo a escolha deste recurso pedagógico precisa ser feita levando em consideração as suas contribuições, de um lado, como primeira ferramenta de suporte utilizada pelo aluno e de outro como recurso pedagógico utilizado pelo professor (sendo o livro didático um elo entre esses dois sujeitos). Portanto precisamos sempre realizar uma avaliação crítica do livro didático a ser utilizado em sala de aula já que este ocupa um papel essencial no processo educativo.

Por fim, vemos que o fantástico campo da Análise Combinatória, seja ele abordado no ensino fundamental ou no ensino médio, só pode revelar todo o seu encanto caso seja tratado com comprometimento e aplicabilidade ao cotidiano dos alunos, e isso depende diretamente da formulação de um material didático que tenha um caráter verdadeiramente didático e desprendido de processos mecanizados, que junto com uma boa prática docente faz toda diferença quando o objetivo a ser alcançado é uma educação transformadora.

Concluímos, portanto, que assim como o livro didático precisa se adequar a diversos fatores que convergem para o objetivo de tornar o processo de ensino-aprendizagem ao mesmo tempo dinâmico, contextualizado e sólido os docentes, como sujeitos a quem é delegado a interlocução de tal processo, devem sempre estar em um constante processo de readaptação de sua prática pedagógica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEF. p. 267 – 319. 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em 13 de Dezembro de 2021.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (Matemática)**. Brasília: MEC/SEF. p. 40 – 52. 1999. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>>. Acesso em 04 de Janeiro de 2022.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **PCN+ Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias: Orientações complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF. p. 101 – 111. 1999. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>>. Acesso em 01 de Fevereiro de 2022.
- HARIKI, S. Conectar problemas: uma nova estratégia de resolução de problemas combinatórios. **Revista Educação e Matemática**, nº 37, Portugal. p. 29. 1º trimestre de 1996.
- LIMA, E. L. **Exame de Textos: Análise de Livros de Matemática para o Ensino médio**. Rio de Janeiro: SBM, 2001.