

RECONSTRUINDO A GRAVITAÇÃO UNIVERSAL E SEUS FUNDAMENTOS EPISTEMOLÓGICOS

Submissão da conjectura de universalidade aos dados da NASA

Edson Santos JÚNIOR¹
Jenner Barretto Bastos FILHO²

RESUMO

Neste artigo, foi elaborada uma construção teórica, enquanto narrativa didático-pedagógica da unificação da Física de Galileu com a Astronomia de Kepler realizada por Isaac Newton na teoria da Gravitação Universal e, para tanto, nos orientamos por Bastos Filho (1995). Essa teoria é de extrema importância para a ciência, uma vez que, possibilitou entender o comportamento dos planetas em suas trajetórias em torno do sol, tornando-se condição *sine qua non* para a exploração espacial. Foram incorporados e conectados na construção teórica, quadros conceituais teóricos que subjazem a esse complexo processo de unificação, bem como os fundamentos epistemológicos nele envolvidos, como aqueles propiciados por Newton (1987), Galileu (1935), Peirce (1975), Kuhn (1990), Popper (1994), Contador (2012), Bryant (1920) entre outros. Foi realizada, ainda, uma verificação das equações obtidas através da análise de uma conjectura de universalidade, com dados encontrados no site da National Aeronautics and Space Administration (NASA).

Palavras chave: Unificação, Newton, Kuhn, Popper, Peirce.

1 Introdução

Haveremos de convir, de antemão, que a história da ciência, tomada em seu sentido lato, embora não se confunda propriamente com a história das revoluções científicas, sem dúvida, a segunda constitui-se em parte constituinte de grande importância da primeira. Dessa forma, com Copérnico, questionou-se contundentemente o geocentrismo, construíram-se alicerces com a física de Galileu e a astronomia de Kepler e promoveu-se uma grande revolução científica, que culminou no paradigma newtoniano, carregando em seu bojo a Gravitação Universal: uma unificação que requereu a invenção de conceitos novos e revolucionários como os de massa, espaço absoluto, tempo absoluto e força, dando a esses um poder que depois de algum tempo veio a se tornar quase que natural na concepção dos indivíduos que se educaram no contexto desse novo paradigma. Mas não podemos falar sobre tão grande obra do conhecimento, tal como a unificação da física de Galileu com a astronomia de Kepler realizada por Newton, sem falar em sua concepção, sem nos perguntar e lançarmos

¹ professorredsonjunior@gmail.com

² jenner@fis.ufal.br

conjecturas de como tal grandioso feito foi alcançado, não tanto por razões estritamente psicológicas e sim para procurarmos algumas luzes que nos possam orientar para que venhamos a emitir algum parecer sobre a natureza da ciência que, neste caso específico e à luz da concepção kuhniana acerca das características das revoluções científicas, diz respeito ao período de transição revolucionária e não de ciência normal. Cogitemos acerca da importante questão segundo a qual se este extraordinário episódio da história da ciência pode ou não ser razoavelmente concebido quer seja à luz de inferências indutivas quer seja a partir de inferências dedutivas, ou até mesmo a partir de uma combinação desses dois tipos de inferências.

Vejamos que o próprio Newton (1987, p. 170) escreveu no Escólio Geral dos *Principia* que "Nessa filosofia as proposições particulares são inferidas dos fenômenos, e depois tornadas gerais pela indução"

Pode causar uma certa estranheza aos olhos de intérpretes de finais do século XX e começo do século XXI que tão grandioso episódio que caracteriza a unificação por Newton da física de Galileu dos movimentos locais com a astronomia de Kepler tenha sido atribuído, pelo próprio Newton, como resultante de inferências indutivas. Popper (1982) envidou esforços para mostrar essa impossibilidade contrariando tanto o próprio Newton quanto um grande físico do século XX como Max Born que em relação ao supracitado episódio também reiterou argumentos em prol das inferências indutivas. Ora, para um episódio tão importante, as inferências tanto dedutivas quanto indutivas, por mais articuladas que sejam, ainda carecem de algo mais sutil e singular. A proposta de Popper inspirada em Peirce é o da inferência abdução.

Para esse arrebatador episódio tomamos de Peirce o termo abdução e, à luz de Peirce e de Popper, tentaremos compreender a teoria da Gravitação Universal. Esta tentativa de compreensão e de resignificação tem também objetivo didático e, ao mesmo tempo, tem o objetivo de ensinar uma discussão sobre a natureza da ciência, tomando este exemplo de um episódio revolucionário e extraordinário como referência.

2 Entendimento Humano

David Hume, apreciador das ideias de Isaac Newton³, em sua *Investigação Sobre o Entendimento Humano* (1973), ao se perguntar qual é a natureza de todos os nossos raciocínios sobre questões de fato, baseou sua busca por uma resposta na relação de causa e efeito e concluiu, a respeito dessa relação, que todos os nossos raciocínios e conclusões estão fundamentados na experiência, o que o levou a uma última pergunta: "Qual é o fundamento de todas as conclusões tiradas da experiência?". Ele a responde dizendo que os fundamentos de nossas conclusões não estão no raciocínio. "Digo, pois, que, mesmo depois de termos experiência das operações de causa e efeito, as conclusões que tiramos dessa experiência não

³Hume sugere que a "ciência do homem" pode se equiparar a recentes conquistas na filosofia natural (com referências claras ao sucesso da astronomia planetária de Newton). E durante o início da EPM, ele reproduz Newton em sua rejeição de hipóteses. Portanto, não existem dúvidas de que Hume pretendia que seus leitores acreditassem que Newton tinha dado forma a uma nova espécie de modelo. (SCHLIESSER, E., Hume's Newtonianism and Anti-Newtonianism, Disponível em: <<http://plato.stanford.edu/entries/hume-newton/#HumEvaNew>>. Acesso em 07 de Julho de 2014, tradução nossa)

são fundadas no raciocínio ou em qualquer processo do entendimento” (HUME, 1973, p. 141).

Segundo Charles Sanders Peirce (1974), em seus Escritos Coligidos, *Conferências Sobre o Pragmatismo*, o raciocínio humano pode ser classificado em três espécies: indução, dedução e abdução. Para Peirce a indução é um processo de investigação experimental no qual se verifica o grau de concordância da teoria com os fenômenos observados e a probabilidade⁴ do mesmo ocorrer no curso da observação seguinte, o que foi predito por Hume, quando este afirma que “De causas que parecem semelhantes, esperamos efeitos semelhantes” (HUME, 1973, p. 142) nos permitindo, assim, generalizar: “A indução é o procedimento que leva do particular ao universal” (ARISTÓTELES *apud* ABBAGNANO, 2007, p. 556).

Outra forma de raciocínio é a dedução/silogismo como a derivação de uma proposição em outra e como um processo diferente da indução em sua estrutura esquemática, pois indução, reduzidamente, é a passagem do particular ao universal e a dedução, a passagem do universal ao particular. Abbagnano, por exemplo, assim expressa o raciocínio silogístico:

O silogismo é um raciocínio em que, postas algumas coisas, seguem-se necessariamente algumas outras, pelo simples fato de aquelas existirem. Quando digo 'pelo simples fato de aquelas existirem', pretendo dizer que delas deriva alguma coisa, e, por outro lado, quando digo 'delas deriva alguma coisa', pretendo dizer que não é preciso acrescentar nada de exterior para que a dedução se siga necessariamente. (Ibid., p. 233).

30

De acordo com Peirce (1974, p. 47), a dedução é o raciocínio da matemática e “Parte de uma hipótese, cuja verdade ou falsidade nada tem a ver com o raciocínio, e cujas conclusões são igualmente ideais”.

Em linhas breves descrevemos a indução e a dedução e, acerca delas, nos deparamos com a incapacidade das mesmas de engendrar a concepção de ideias novas que é a única forma de avançar que a ciência possui. Peirce (1974, p. 52) argumenta em prol da abdução que “...é o processo para formar hipóteses explicativas. É a única operação lógica a introduzir ideias novas; pois que a indução não faz mais que determinar um valor, e a dedução envolve apenas as consequências necessárias de uma pura hipótese”.

Para Peirce a abdução é um juízo perceptivo, um instinto que nos guia e nos faculta o poder de adivinhar os desígnios da natureza através de *insights* da correta interpretação dos fenômenos da natureza. Ele afirma que:

Se o homem adquiriu a faculdade de adivinhar os desígnios da Natureza, não foi certamente através de uma lógica crítica e autocontrolada. Mesmo agora não é capaz de fornecer uma razão exata para as melhores conjecturas. Parece-me que a afirmação mais clara acerca da situação lógica [do problema] (...) é que o homem possui uma Compreensão (Insight) da Terceiridade⁵, dos elementos gerais, da

⁴ PEIRCE, 1974, p. 52.

⁵ Peirce defende que o estudo fenomenológico tem como condição para sua realização o exercício de três faculdades que ele classificou como categorias universais e as denominou Presentidade ou Primeiridade, Conflito ou Segundidade e Terceiridade. A Primeiridade é a qualidade de sentimento, a

Natureza, cujos acertos, se não ganham *a priori* do erro, também não se podem dizer que sejam esmagados por ele. Chamei-lhe *Insights*, pois pertence à mesma classe de operações na qual estão incluídos os Juízos Perceptivos. Tem a natureza do Instinto, sendo semelhante aos instintos dos animais no ultrapassar o poder da razão e no sentido de guiar-nos como se estivessemos de posse de fatos inteiramente fora do alcance dos instintos. Assemelha-se ao instinto também pela reduzida tendência ao erro; embora erremos frequentemente, a frequência relativa com que acertamos é a coisa mais maravilhosa de nossa constituição animal. (PEIRCE, 1974, p. 53).

Nos debruçamos em exaustivas análises dos resultados das experiências, deduzimos a partir desses resultados e induzimos novos, de novos experimentos, para que em dado momento a abdução nos abra os olhos ao que então parecerá óbvio mas que estava encoberto sob o véu de nossa, já vencida, ignorância.

3 O Legislador Dos Céus

No ano de 1609 em uma publicação intitulada “Sobre o Movimento de Marte”, o astrônomo alemão Johannes Kepler (1571 - 1630) – herdeiro de uma grande gama de dados obtidos a partir de observações do céu realizadas por seu mestre Tycho Brahe – após exaustivas análises, anunciou que os planetas se movem em órbitas elípticas em torno do Sol e que este ocupa um dos focos da elipse.

A verdade da natureza, que eu desprezara, voltou às escondidas pela porta traseira, disfarçando-se para ser aceita. Desprezei a primeira equação e voltei às elipses acreditando ser essa uma hipótese inteiramente diversa, ao passo que as duas, como provarei no capítulo seguinte, são a mesma... Pensei e calculei até a beira da loucura o motivo que o planeta preferia uma órbita elíptica... Ah que tolo que eu fui... (KEPLER *apud* CONTADOR, 2013, p. 175)

Thomas Kuhn o caracterizou como um neo platônico fiel que norteou seu trabalho na crença de que “leis matemáticas simples são a base de todos os fenômenos naturais e que o Sol é a causa física de todos os movimentos celestes” (KUHN, 1990, p. 246). Kepler buscou, também, outras formas de harmonia no movimento planetário, chegando a sua segunda lei na qual estabeleceu que “a velocidade orbital de cada planeta varia de tal modo que uma linha que una o planeta ao Sol cobre áreas iguais da elipse em intervalos de tempo iguais” (KUHN, 1990, p. 246). Mas sua grande sinfonia teve como ápice um novo tipo de lei astronômica, cujo acorde final é uma lei geral que estabelece a relação entre as velocidades dos planetas em órbitas diferentes. A Terceira Lei, enunciada em 1619, em “As Harmonias do Mundo” diz que “A proporção existente entre intervalos de tempo de quaisquer dois planetas é exatamente a proporção sesquiáltera⁶ da distância média das órbitas” (KEPLER *apud* BRYANT, 1920 p. 50, tradução nossa).

Das palavras de Kepler, podemos inferir que o quociente entre o quadrado do período de revolução em torno do Sol e o cubo de sua distância média ao mesmo Sol é constante, sendo essa constante válida para todos os planetas do sistema solar.

primeira percepção. A Segundidade é o fato, o material. A Terceiridade é a interpretação do fenômeno, a passagem do objeto para signo, a ponte entre a Primeiridade e a Segundidade através da qual interpretamos o mundo.

⁶ Com o termo *sesquiáltera* Kepler refere-se a proporção três meios, 3/2.

4 Duas Novas Ciências

No sexto mês do ano de 1639 de Nosso Senhor, em seu confinamento, praticamente cego, Galileu Galilei segurou em suas mãos um exemplar de sua obra “Discorsi e Dimostrazioni Matematiche intorno a Due Nuove Scienze⁷” na qual tratava do movimento da queda dos corpos, definindo esse movimento como sendo uniformemente acelerado.

Quando, portanto, observo uma pedra que cai de uma certa altura a partir do repouso e que adquire pouco a pouco novos acréscimos de velocidade, por que não posso acreditar que tais acréscimos de velocidade não ocorrem segundo a proporção mais simples e mais óbvia? Se considerarmos atentamente o problema, não encontraremos nenhum acréscimo mais simples que aquele que sempre se repete da mesma maneira. O que entenderemos facilmente, se considerarmos a estrita afinidade existente entre o tempo e o movimento: do mesmo modo, com efeito, que a uniformidade do movimento se define e se concebe com base na igualdade dos tempos e dos espaços (com efeito, chamamos movimento uniforme ao movimento que em tempos iguais percorre espaços iguais), assim também, mediante uma divisão do tempo em partes iguais, podemos perceber que os aumentos de velocidade acontecem com simplicidade; concebemos no espírito que um movimento é uniforme e, do mesmo modo, *continuamente* acelerado, quando, em tempos iguais quaisquer, adquire aumentos iguais de velocidade. (GALILEI, 1985, p. 127, grifo nosso).

Observa-se, nas palavras de Galileu, a necessidade de adoção de uma gravidade constante, sendo então, *conditione sine qua non* para descrever o movimento de queda de uma pedra.

5 Princípios Matemáticos

Em 1687, sob o título de “Princípios Matemáticos da Filosofia Natural”, Sir Isaac Newton publicou descobertas, feitas cerca de vinte anos antes, durante seu refúgio da grande peste que assolou a Grã Bretanha em 1666. Nessa obra, Newton sintetiza a astronomia de Kepler e a física de Galileu, concebendo as três leis fundamentais da mecânica e a Lei da Gravitação Universal.

Até aqui explicamos os fenômenos dos céus e de nosso mar pelo poder da gravidade, mas ainda não designamos a causa desse poder. É certo que ele deve provir de uma causa que penetra nos centros exatos do sol e planetas, sem sofrer a menor diminuição de sua força; que opera não de acordo com a quantidade das superfícies das partículas sobre as quais ela age (como as causas mecânicas costumam fazer), mas de acordo com a quantidade de matéria sólida que elas contêm, e propaga sua virtude em todos os lados a imensas distâncias, decrescendo sempre no inverso do quadrado das distâncias. A gravitação com relação ao sol é composta a partir das gravitações com relação às várias partículas das quais o corpo do sol é composto; e ao afastar-se do sol diminui com exatidão na proporção do quadrado inverso das distâncias até a órbita de Saturno, como evidentemente aparece do repouso do apogeu dos planetas; mas ainda, e mesmo para os mais remotos apogeus dos cometas, se estes apogeus estão também em repouso. (NEWTON, 1987, p. 170)

⁷ Discursos e demonstrações matemáticas relativas às Duas Novas Ciências

Das palavras de Newton concluímos que “a matéria atrai a matéria na razão direta das massas e na inversa do quadrado das distâncias” (LACEY, 1983, p. IX)⁸, o que nos leva a uma constante universal e uma aceleração da gravidade variável.

Segundo Thomas S. Kuhn em “A Revolução Copernicana” (1990), em meados do século XVII Descartes, Borelli, Hooke, Huyghens e Newton reconheciam que para um planeta descrever uma órbita fechada em volta do Sol, era *condition sine qua non* o planeta “cair” continuamente para o Sol, convertendo assim, seu movimento inercial linear em curvilíneo. Em 1666, Newton se debruçou sobre o problema da atração gravitacional, chegando à solução matemática do cálculo da velocidade com a qual um planeta deve cair em direção ao Sol de forma a ter estabilidade em sua órbita e, em sua solução, a velocidade de queda depende do raio da órbita circular do planeta. Newton, ao perceber que “se as velocidades dos planetas e os seus raios orbitais estivessem relacionados entre si pela terceira lei de Kepler, então a atração que leva os planetas para o Sol deveria diminuir inversamente ao quadrado da distância que os separa do Sol” (KUHN, 1956, p. 289).

Newton percebeu também, que a mesma lei deveria explicar a diferença entre a queda da Lua em relação à Terra e de uma pedra próxima a superfície do planeta.

6 Reconstruindo a Gravitação Universal

À luz da crítica ao indutivismo, Karl R. Popper (1980, p. 24), relata: “A teoria de Newton, indubitavelmente deve muito às teorias de Galileu e Kepler; tanto, que o próprio Newton as considerou como sendo premissas indutivas (parciais)”. Nessa obra, Popper discorre muito sucintamente, sobre a inconsistência em se considerar Teoria da Gravitação Universal de Newton como sendo o resultado das inferências indutivas a partir das premissas de ambas, tanto da física de Galileu quanto da astronomia de Kepler.

Façamos então uma reconstrução racional do caso da unificação de Newton da Astronomia de Kepler com a Física de Galileu e que resulta na Gravitação Universal, a fim de entender suas semelhanças, diferenças e uma possível forma de compreensão de seu significado. Em nossa reconstrução racional, tal como argumentou Bastos Filho (1995), admitiremos como método de concepção da teoria da Gravitação Universal, o método das conjecturas – nesse caso, a conjectura de universalidade – para fenômenos dispares como a queda livre de uma maçã, uma pedra que gira presa a um barbante, a Terra orbitando o Sol, as marés, um corpo que desce um plano inclinado sem atrito e o lançamento de projéteis.

Neste exato momento, faz-se necessário enfatizar que a abordagem por nós proposta não é propriamente nem a de história da ciência nem a de pseudo-história e sim a de uma proposta que tem como objetivo precípuo nos engajar em uma narrativa que enseje uma compreensão didática e significativa da unificação newtoniana para estudantes dos tempos hodiernos. É também importante que nos atenhamos ao fato de que aqui estamos nos beneficiando de trabalhos de historiadores da ciência e de epistemólogos resguardando o nosso foco centrado muito mais no ensino de ciências, notadamente aqui, nos ensinamentos, de alguma maneira combinados, da física, da matemática e da astronomia.

6.1 Relacionando G com k de Kepler

⁸ LACEY, H. M., Newton, Vida e Obra, Coleção Os Pensadores, 1983, p. IX.

Durante o século XVII, segundo Thomas S. Kuhn (1990, p. 285), uma pergunta pairava no ar respirado por alguns dos maiores pensadores da época: “por que razão os corpos pesados caem para a superfície de uma Terra móvel, seja qual for a posição da Terra no espaço?” E como resposta de Descartes tivemos: “Corpos soltos são conduzidos para a Terra pelo impacto dos corpúsculos aéreos no remoinho centrado na Terra” (DESCARTES *apud* KUHN, 1990, p. 285). Para os copernicanos: “os corpos pesados são levados para a Terra por um princípio atrativo intrínseco que atua entre as partes da matéria” (KUHN, 1990, p. 285). Para o próprio Copérnico em “De Revolutionibus”, “Agora parece-me a gravidade [que aqui significa simplesmente peso] não é mais do que uma inclinação natural, conferida às partes dos corpos pelo Criador, para combinar as partes na forma de uma esfera” (COPERNICO *apud* KUHN, 1990, p. 286). E para Kepler, a solução para essa pergunta consistia em “um princípio atrativo atuando entre a Terra e suas partes” (KUHN, 1990, p. 286).

Após meados do século XVII, Descartes, Borelli, Hooke, Huygens e também Newton, admitiram que a órbita elíptica da Terra em torno do Sol, só era concebível, se esta estivesse em contínua queda em direção ao Sol transformando assim um movimento retilíneo inercial em um movimento curvilíneo e, portanto, acelerado, mas esta queda precisava ser entendida, por essa razão, vieram as tentativas de explicação.

Segundo Kuhn (1990, p. 285), para Descartes, os planetas “eram empurrados em direção ao Sol pelo impacto corpuscular”. Para Borelli (KUHN, 1990, p. 286), os planetas “possuíam uma tendência natural para se moverem em direção ao Sol”. Para Hooke, “eram levados para o Sol por uma atração mutua intrínseca” (KUHN, 1990, p. 286). Observemos que todas as explicações elencadas acima, estão em consonância com as ideias de seus respectivos autores sobre a queda dos corpos em direção a Terra.

Ainda segundo o autor de “A Revolução Copernicana”, Robert Hooke e Isaac Newton, possivelmente levados pelas ideias de René Descartes de um mecanismo em comum para a queda da Terra em direção ao Sol e de um corpo sobre a Terra, propuseram que a atração gravitacional entre uma pedra e a Terra, quanto à natureza e concepção, é a mesma atração gravitacional entre a Terra e o Sol. Newton, por volta de 1666, chegou à determinação matemática da velocidade de um planeta em torno do Sol e a conclusão de que a velocidade de translação de um planeta e o raio de sua órbita estão relacionados pela Terceira Lei de Kepler e, portanto, para Newton, a força de atração sobre o planeta devido a sua interação com o Sol varia com o inverso do quadrado da distância entre seus centros de massa. As conclusões de Newton não pararam por aí, chegando a outra também de grande amplitude, que consistiu em aplicar a primeira conclusão à queda de uma maçã, por exemplo, na superfície da Terra.

O caminho trilhado por Newton, ao construir a Lei da Gravitação Universal, pode parecer ingenuamente natural a um intelecto desavisado, mas não pode ter sido de outra forma, senão, o caminho da adoção da conjectura ousada de um G universal, como disse Bastos Filho (1995).

Lembre-mos das três Leis de Kepler:

1ª Lei – Lei das Órbitas.

“Todo planeta move-se em órbita elíptica com o Sol ocupando um de seus focos”. (CONTADOR, 2013, p. 170).

2ª Lei – Lei das áreas.

“Um planeta varre áreas iguais, em tempos iguais” (Ibid., p. 180).

3ª Lei – Lei dos períodos.

“Os quadrados dos períodos dos planetas (ou seja, os respectivos quadrados dos tempos que os planetas levam para efetuar uma órbita completa em torno do Sol) são respectivamente proporcionais aos respectivos cubos de seus semieixos maiores.” (Ibid., p. 191).

De acordo com Huygens, a aceleração que é impressa em uma pedra, através de um barbante preso a ela, enquanto a mesma gira acionada por um garoto, é dada por:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r} \quad (1),$$

onde v é a velocidade linear, para o caso em estudo, de módulo constante e r é o raio da circunferência de comprimento c descrita pela pedra em sua trajetória. Sabemos da geometria plana, que v pode ser escrita como:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{c}{\Delta t_{\text{volta}}},$$

logo,

$$v = \frac{2\pi r}{T} \quad (2),$$

onde T é o período do movimento circular uniforme descrito pela pedra. De (2) em (1), temos:

$$a_{cp} = \frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2 r} \quad \therefore \quad a_{cp} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} \quad (3).$$

A primeira e a segunda Leis de Kepler tratam de trajetórias elípticas, entretanto, para o caso particular de uma trajetória circular na qual os focos coincidem, elipse de excentricidade 1, temos essas leis satisfeitas pela equação (3) – deduzida a partir do caso supra citado, porém generalizada para os planetas. E, para tanto, basta considerar a simetria de uma trajetória circular, observando, assim, que serão percorridas pelo raio vetor, áreas iguais em tempos iguais. Evidentemente, para o caso geral de uma trajetória elíptica, temos que a velocidade de um planeta ao longo de sua trajetória, será maior no periélio e menor no afélio, levando o raio vetor a varrer áreas iguais em tempos iguais.

A terceira Lei de Kepler nos diz que:

$$T^2 = k \cdot r^3,$$

na qual, T é o período de revolução do planeta em torno do Sol, r é a distância média do centro de massa do planeta ao centro de massa do Sol e k é a constante de proporcionalidade que caracteriza essa lei, logo:

$$k = \frac{T^2}{r^3} \quad (4).$$

Inserindo a terceira lei na equação (3), temos:

$$a_{cp} = \frac{4\pi^2 r}{kr^3} \quad \therefore \quad a_{cp} = \frac{4\pi^2}{kr^2} \quad (5).$$

Em “Philosophiae Naturalis Principia Mathematica⁹”, Newton enunciou os três axiomas que ficariam conhecidos como as Três Leis de Newton:

LEI I – Todo corpo permanece em seu estado de repouso ou de movimento uniforme em linha reta, a menos que seja obrigado a mudar seu estado por forças impressas nele.

LEI II – A mudança do movimento é proporcional à força motriz impressa, e se faz segundo a linha reta pela qual se imprime essa força.

LEI III – A uma ação sempre se opõe uma reação igual, ou seja, as ações de dois corpos um sobre o outro sempre são iguais e se dirigem a partes contrárias. (NEWTON, 1983, p. 14).

36

Da segunda lei, também conhecida como Princípio Fundamental da Dinâmica (PFD), temos que para o nosso caso aqui de uma massa m constante:

$$\vec{f} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad \text{sendo} \quad \vec{p} = m\vec{v} \quad \text{temos:}$$

$$\vec{f} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Como a derivada da velocidade em relação ao tempo é a aceleração, temos então que:

$$\vec{f} = m\vec{a}.$$

E podemos então aplicar essa relação para a equação 5, encontrando a força centrípeta que age sobre um planeta em sua trajetória em torno do Sol.

$$\vec{f}_{cp} = m\vec{a}_{cp}, \text{ em módulo:}$$

$$f_{cp} = m \frac{4\pi^2}{kr^2} \quad (6).$$

A equação (6) é um resultado válido para os planetas orbitando em torno do Sol.

Em “Duas Novas Ciências”, Galileu anunciou, em sua terceira jornada, como proposição II do teorema II que “se um móvel, partindo do repouso, cai com movimento

⁹ Princípios Matemáticos da Filosofia Natural

uniformemente acelerado, os espaços por ele percorridos em qualquer tempo estarão entre si na razão dupla dos tempos, a saber, como os quadrados desses mesmos tempos” (GALILEO, 1985, p. 136).

A proposição acima resultou na mais famosa lei de Galileu, a lei da queda livre, onde¹⁰:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad (7),$$

na qual h é altura percorrida por um corpo em queda livre, t o tempo associado e g a aceleração de queda.

Derivando a equação (7) em relação ao tempo, obtemos:

$$v = \frac{dh}{dt} = gt \quad (8).$$

Derivando mais uma vez, obtemos a aceleração desse corpo durante a queda, a aceleração da gravidade.

$$a = \frac{dv}{dt} = g \quad (9).$$

37

Aplicando o PFD ao resultado acima, encontramos a força que age sobre o corpo durante sua queda livre.

$$f = mg \quad (10),$$

onde m é a massa do corpo e f pode ser representado por P , uma vez que, a força em questão é a denominada força peso.

Nosso objetivo é entender a unificação de Newton da astronomia de Kepler com a Física de Galileu; isso é possível através da adoção de “um princípio explicativo universal que numa dada teoria universal é caracterizado por um parâmetro universal G e que a partir de G podemos concluir a respeito da relação de G com k , de G com g , e naturalmente de k com g através de G ” (BASTOS FILHO, 1995, p. 234).

Em nossa busca tomemos como conjectura de universalidade o produto da unificação de Newton traduzida na seguinte relação:

$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad (11),$$

¹⁰ De um ponto de vista histórico, a expressão (7) está imbuída da geometria analítica que foi um desenvolvimento de Descartes, um contemporâneo de Galileu. Galileu usou a geometria dos gregos, tal como no enunciado exibido no texto e não a geometria analítica que no fundo é uma confluência entre a geometria e a álgebra, ou seja, a algebrização da geometria. Para detalhes de uma discussão contextualizada, ver(Bastos Filho, 2012, p.65-83).

onde m_1 e m_2 são duas massas quaisquer e r é a distância entre os seus respectivos centros de massa.

Igualemos a equação (11) a (6) que é um resultado válido para os planetas orbitando em torno do Sol e consequente das três leis de Kepler.

$$F = f_{cp}$$

$$G \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = \frac{m 4\pi^2}{k r^2}$$

Admitindo que m_1 é a massa do Sol, representada agora por m_{Sol} e m_2 é a massa do planeta em órbita, temos:

$$G = \frac{1}{k} \frac{4\pi^2}{m_{Sol}} \quad (12).$$

Quando igualamos m , que é a massa do planeta comparado em seu movimento a uma pedra que gira presa a um barbante, com m_1 , que é a massa do mesmo planeta sofrendo atração gravitacional por parte do Sol, estamos demonstrando grande ousadia que no anacronismo de nossa reconstrução racional nos mostra que Newton, presumivelmente, admitiu a equivalência entre massa inercial¹¹ e massa gravitacional¹².

Sabemos que a equação (12), relação entre o parâmetro G pertencente à Gravitação Universal e o parâmetro K pertencente à Astronomia de Kepler, demonstra que a condição de universalidade de G depende da universalidade de:

$$k \cdot m_{Sol} \quad (13),$$

e dessa forma podemos generalizar para:

$$k_{Terra} \cdot m_{Sol} = k_{Lua} \cdot m_{Terra} \quad (14).$$

Fazendo a inserção da Terceira Lei de Kepler 4 em 14, encontramos:

$$m_{Terra} = \left(\frac{T_{Terra}}{T_{Lua}} \right)^2 \times \left(\frac{r_{Lua}}{r_{Terra}} \right)^3 \cdot m_{sol} \quad (15)$$

A equação acima nos permite encontrar a massa de um planeta a partir do seu período de translação, do período de translação de um satélite natural seu e dos raios das órbitas, sua e de seu satélite, e ainda em função da massa do Sol.

Façamos um teste de validade utilizando os dados elencados abaixo e divulgados pela National Aeronautics and Space Administration (NASA).

¹¹ Tendência que um corpo possui de conservar o seu movimento retilíneo uniforme.

¹² Reação do corpo ao campo gravitacional.

$$T_{\text{Terra}} = 365 \text{ dias};$$

$$T_{\text{Lua}} = 27 \text{ dias};$$

$$R_{\text{Órbita-Terra}} = 149.598.262 \text{ km};$$

$$R_{\text{Órbita-Lua}} = 384.400 \text{ km};$$

$$m_{\text{Sol}} = 1.989.100 \cdot 10^{24} \text{ kg}.$$

$$m_{\text{Terra}} = \left(\frac{365 \text{ dias}}{27 \text{ dias}} \right)^2 \times \left(\frac{384.400 \text{ km}}{149.598.262 \text{ km}} \right)^3 \cdot 1.989.100 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$m_{\text{Terra}} = 6.168.731 \cdot 10^{18} \text{ kg}$$

Encontramos assim a massa da Terra que difere do valor fornecido pela NASA, de $5.972.190 \cdot 10^{18} \text{ kg}$, em apenas 3,3% sendo, portanto, uma conjectura válida.

6.2 Relacionando G com g

A equação (11) aplicada a um corpo que se encontra a uma altura h , em relação à superfície da Terra, levará à equação:

$$F = G \frac{m_{\text{Terra}} \cdot m_{\text{corpo}}}{(r+h)^2} \quad (16).$$

39

Como $r_{\text{Terra}} \gg h$ podemos desprezar h , admitindo assim F constante, de tal modo a poder igualar (16) a (10),

$$F = f$$

$$G \frac{m_{\text{Terra}} \cdot m_{\text{corpo}}}{r_{\text{Terra}}^2} = m_{\text{corpo}} \cdot g$$

$$g = G \frac{m_{\text{Terra}}}{r_{\text{Terra}}^2} \quad (17)$$

A equação (16) estabelece a relação existente entre o parâmetro universal G e o parâmetro característico da Física de Galileu g , mas, para tanto, precisamos admitir um F constante através da exclusão de h , admitido aqui de valor desprezível em relação à r_{Terra} , observando que, em (17), r_{Terra} representa o raio da Terra e não de sua órbita como nas equações anteriores. Mais uma vez demos um ousado salto conjectural em prol da unificação realizada por Newton.

Isolando o parâmetro universal G , obtemos:

$$G = g \frac{r_{\text{Terra}}^2}{m_{\text{Terra}}} \quad (18)$$

Equação análoga, em sua função, a equação (12),

$$G = \frac{1}{k} \frac{4\pi^2}{m_{\text{Sol}}} \quad (12)$$

Sendo a primeira uma relação entre o parâmetro universal G e o parâmetro característico da Física de Galileu g e, a segunda uma relação com o parâmetro universal G e o parâmetro característico da Astronomia de Kepler k .

6.3 Relacionando g com k : Teste Final

Façamos agora, e por fim, o teste conjectural da universalidade de g em relação à k através de G , para tal feito igualemos (12) a (18) e façamos a inserção de (4) em (15).

$$g \frac{r_{\text{Terra}}^2}{m_{\text{Terra}}} = \frac{1}{k} \cdot \frac{4\pi^2}{m_{\text{Sol}}}$$

$$g = \frac{4\pi^2 \cdot m_{\text{Terra}}}{r_{\text{Terra}}^2 \cdot m_{\text{Sol}}} \cdot \frac{1}{k}$$

$$g = \frac{4\pi^2}{r_{\text{Terra}}^2 \cdot m_{\text{Sol}}} \cdot \left(\frac{T_{\text{Terra}}}{T_{\text{Lua}}} \right)^2 \cdot \left(\frac{r_{\text{órbita Lua}}}{r_{\text{órbita Terra}}} \right)^3 \cdot m_{\text{Sol}} \cdot \frac{R_{\text{órbita Terra}}^2}{T_{\text{Terra}}^2} \cdot \frac{r_{\text{Terra}}}{r_{\text{Terra}}}$$

$$g = \frac{4\pi^2 \cdot r_{\text{órbita Lua}}^2}{r_{\text{Terra}}^3 \cdot T_{\text{Lua}}^2} \cdot r_{\text{Terra}}$$

$$g = \frac{4\pi^2}{T_{\text{Lua}}^2} \cdot \left(\frac{r_{\text{órbita Lua}}}{r_{\text{Terra}}} \right)^3 \cdot r_{\text{Terra}}$$

40

Aplicando os valores já citados com o raio da Terra, também obtido no site da NASA, como sendo 6.371,00 km, temos:

$$g = \frac{4 \cdot 3,14^2}{(27 \cdot 24 \cdot 3600s)^2} \cdot \left(\frac{384.400\text{km}}{6.371\text{km}} \right)^3 \cdot 6.371.000\text{m}$$

$$g = 10,14 \text{ m/s}^2$$

O valor encontrado como resultado do teste da conjectura de universalidade do G de Newton com o g generalizado de Galileu e o k generalizado de Kepler revela grande concordância, uma vez que difere do valor real de $9,81 \text{ m/s}^2$ em apenas 3,4%.

7 Abdução

Muitos acreditam que Isaac Newton, ao realizar essa unificação, utilizou o método da indução ou dedução, como, em algumas etapas, assim o fizemos. Entretanto, segundo Popper em “Conjecturas e Refutações”, isso jamais poderia ter ocorrido, pois, para Popper (1972, p. 24) a indução é “uma argumentação tal que, dadas algumas premissas empíricas (singulares ou particulares), leva a uma conclusão universal, a uma teoria universal, seja com uma certeza

lógica, seja ‘probabilisticamente’ (no sentido em que este termo é utilizado no cálculo de probabilidades)”.

Popper defende a inconsistência em se atribuir à Gravitação Universal de Newton um resultado alcançável indutivamente tomando como premissas os resultados de ambas, tanto da Astronomia de Kepler, quanto da Física de Galileu. Essa inconsistência foi evidenciada em diversos momentos de nossa reconstrução racional, a saber, nas palavras de Popper:

A teoria de Galileu sobre a queda dos corpos continha uma constante, g , a constante da aceleração. Segundo a teoria de Newton, g não é uma constante, mas uma variável que depende (a) da massa do corpo atraente (no caso de Galileu, a Terra), e (b) da distância do centro de massa. Para qualquer sistema de dois corpos dos quais um é muito pesado, e o outro de peso desprezível, podemos derivar as três leis de Kepler da teoria de Newton e conseqüentemente explicá-las. Mas, desde que Kepler formulou suas leis para um sistema de muitos corpos consistindo do somatório de vários planetas, elas são, do ponto de vista da teoria de Newton, inválidas. Assim, essas leis não poderiam constituir um sistema seja parcial, seja total de premissas (indutivas ou dedutivas) da teoria de Newton. (POPPER, 1972, p. 24).

Popper refere-se à possibilidade de derivar as três leis de Kepler da Teoria da Gravitação Universal, e isso pode ser feito a partir do caso particular de um satélite, descrevendo uma trajetória circular em torno de um planeta, obviamente sem perda de generalidade.

A única força que atuaria sobre o satélite seria a força de atração gravitacional que sabemos valer:

$$F = G \frac{m_{\text{planeta}} \cdot m_{\text{satelite}}}{r_{\text{órbita}}^2} \quad (13).$$

Lembre-mos da Segunda lei de Newton que o satélite é acelerado em direção ao Sol,

$$f = m_{\text{satelite}} \cdot a_c \quad (14).$$

Como o movimento descrito pelo satélite seria um movimento circular uniforme, uma vez que no caso da trajetória circular os focos da elipse coincidem, temos para aceleração centrípeta,

$$a_c = \omega^2 r_{\text{órbita}} \quad (15),$$

onde ω é a velocidade angular dada por:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (16).$$

A equação acima indica que um ângulo 2π foi percorrido em uma volta completa em um tempo igual ao período de revolução T . Inserindo (16) e (15) em (14) temos,

$$f = \frac{4\pi^2 \cdot m_{\text{satélite}} \cdot r_{\text{órbita}}}{T^2} \quad (17).$$

Por fim, igualando (13) a (17), obtemos uma equação que representa a terceira lei de Kepler, sendo válida também, para as duas primeiras:

$$F = f$$

$$G \frac{m_{\text{planeta}} \cdot m_{\text{satélite}}}{r_{\text{órbita}}^2} = \frac{4\pi^2 \cdot m_{\text{satélite}} \cdot r_{\text{órbita}}}{T^2}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{G \cdot m_{\text{planeta}}} \cdot r_{\text{órbita}}^3$$

Podemos também citar, contra a possibilidade de indução – e ainda que desprezando a contradição epistemológica entre a Gravitação Universal, enquanto conclusão, e a Astronomia de Kepler mais a Física de Galileu, enquanto premissas – o problema da validade do procedimento indutivo que trata do tempo e da certeza de imutabilidade da natureza.

Todas as inferências extraídas da experiência supõem, como fundamento, que o futuro se assemelhará ao passado e que poderes semelhantes estarão unidos a qualidades sensíveis semelhantes. Se houvesse alguma suspeita de que o passado não servisse de regra para o futuro, toda a experiência se tornaria inútil e não poderia dar origem a nenhuma inferência ou conclusão. É possível, portanto, que argumentos extraídos da experiência possam provar a semelhança entre o passado e o futuro, visto que todos os argumentos desse tipo fundam-se na suposição dessa semelhança. Mesmo se admitindo que o curso das coisas sempre regular foi, sem nenhum argumento ou inferência nova, não prova que no futuro continuará assim. (HUME *apud* ABBAGNANO, 2007, p. 558).

42

Mas se Newton não realizou sua unificação através do método da indução ou dedução, então, como pode tê-la feito?

Peirce identificou a abdução como método de concepção das leis de Kepler elegendo tal caso como o maior dos exemplos desse método.

A cada estágio de sua longa investigação, Kepler apresenta uma teoria aproximadamente verdadeira, uma vez que satisfaz de maneira aproximada as observações, e ele apenas modifica a teoria depois de uma reflexão cuidadosa e minuciosa, de modo a torná-la mais racional ou próxima do fato observado. Assim, nunca modificando sua teoria caprichosamente, mas sempre através de motivos racionais, quando ele finalmente chega a uma mudança – de grande simplicidade e racionalidade – que satisfaz plenamente a observação, ela destaca um fundamento lógico totalmente diferente do que seria se tivesse surgido ao acaso. Kepler mostra seu aguçado senso de lógica nos detalhes de todo o processo pelo qual ele finalmente chegou à verdadeira órbita. E essa é a obra prima do raciocínio retrodutivo¹³. (SILVA, 2007, p. 134).

¹³ Peirce introduziu o termo *abduction* (ou *retroductión*) para indicar o primeiro momento do processo indutivo, o da escolha de uma hipótese que possa servir para explicar determinados fatos empíricos (Coll. Pap., *apud* Abbagnano, 2007, p.13).

Em resposta a essa pergunta, tal como para Kepler na determinação das trajetórias dos planetas, temos Peirce (1974, p. 53) ao afirmar que “Tem que se estar completamente louco para negar que a ciência fez muitas descobertas verdadeiras. Mas todos os elementos de teoria científica que foram estabelecidos até hoje foram-no através da Abdução”. A abdução posiciona-se aqui como único método capaz de unir céus e terra dando a uma maçã o poder de se comportar segundo as leis de um planeta e, portanto, como única possibilidade de concepção da adoção de Newton da conjectura de universalidade.

8 Considerações Finais

Neste trabalho, nos propusemos a reconstruir o episódio da unificação - realizada por Isaac Newton na teoria da Gravitação Universal, da Física de Galileu com a Astronomia de Kepler - e a discutir, sem o anseio de esgotar o tema, os fundamentos epistemológicos dessa unificação. Ao reconstruí-la obtivemos um texto de apoio para o professor que desejar discuti-la em sala de aula como ferramenta para o desenvolvimento do senso crítico, quanto a produção do conhecimento científico e quanto a pano de fundo para o ensino dos conceitos de física aqui abordados.

Importante ressaltar sobre a análise feita que, considerando o valor encontrado com a equação (15) da sessão 6.1 e o valor encontrado com a associação das equações (4),(12),(15) e (18) na sessão 6.3, concluímos que Newton assumiu uma conjectura de universalidade capaz de unir céus e terra, mas demonstramos, a luz de Popper, não ser possível realizar tal feito por inferências dedutivas ou indutivas e sim por um processo abdutivo.

Para Newton ter assumido tal conjectura de universalidade através do método indutivo, as premissas empíricas assumidas sendo elas a Física de Galileu, que trata de um g constante, e a Astronomia de Kepler, que trata de problemas de muitos corpos, levariam a uma conclusão universal, a uma teoria universal que jamais poderia contrariar as premissas e sabemos que a teoria da Gravitação Universal foi elaborada para dois corpos além de assumir um g variável, logo, contraria fortemente as premissas tornando assim inviável a admissão do processo como sendo o indutivo.

Em Peirce, que identificou a abdução como método de concepção das leis de Kepler elegendo tal caso como o maior dos exemplos, que encontramos a resposta para o método utilizado por Newton e assim, a certeza de que o mesmo cometeu um engano ao afirmar que realizou sua unificação por indução.

9 REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, N.; **Dicionário de Filosofia**. Tradução de Alfredo Bosi. São Paulo: Ed. Martins Fontes, 2007.

BASTOS FILHO, J. B. A unificação de Newton da física de Galileu com a astronomia de Kepler à luz da crítica Popperiana à indução. **Revista Brasileira de Ensino de Física**. vol. 17, n. 3, p.233-242, 1995. Disponível em <<http://www.sbfisica.org.br/rbef/pdf/vol17a28.pdf>> Acesso em 06 abr. 2014.

BERTRAND, J. **Os Fundadores da Astronomia Moderna:** Copérnico, Tycho Brahe, Kepler, Galileu, Newton. [S.L.]: Ed. Contraponto, 1865.

BRYANT, W. W. **Kepler:** Pioneers of progress. New York: The Macmillan Company, 1920.

CASTELLANI, O. C. Discussão dos Conceitos de Massa Inercial e Massa Gravitacional. **Revista Brasileira de Ensino de Física.** v. 23, n. 3, p. 356-359, 2000.

CONTADOR, P. R. M. **Kepler:** O legislador dos céus. São Paulo: Livraria Da Física, 2012.

DAMASIO, F. O início da revolução científica: questões acerca de Copérnico e os epiciclos, Kepler e as órbitas elípticas. **Revista Brasileira de Ensino de Física.** v. 33, n. 3, 2011.

DIAS, P. M. C.; SANTOS, W. M. S.; SOUZA, M. T. M. A Gravitação Universal: Um texto para o Ensino Médio. **Revista Brasileira de Ensino de Física.** v. 26, n. 3, p. 257-271, 2004.

FEYRABEND, P. K. **Adeus à Razão.** Brasil: Ed. Edições 70, 1991.

GAROZZO, F. **Johannes Kepler:** Os homens que mudaram a humanidade. São Paulo: Editora Três, 1975.

GALILEU, G. **Dois Novas Ciências.** Incluindo: Da Força de Percussão. Tradução e notas de Letizio Mariconda e Pablo R. Mariconda. São Paulo: Ed. Nova Stella, 1935.

GALILEU, G. **Coleção Os Pensadores,** São Paulo, ed. Nova Cultural, 1973.

KUHN, T. S. **A Revolução Copernicana.** Rio de Janeiro: Edições 70, 1990.

NEWTON, I. **Coleção Os Pensadores.** São Paulo: Ed. Nova Cultural, 1973.

NEWTON, I. Princípios Matemáticos da Filosofia Natural (Escólio Geral). In: **Coleção Os Pensadores** - Vol. Galileu & Newton. Tradução de Carlos Lopes de Matos e Pablo Rubén Mariconda. São Paulo: Nova Cultural, 1987.

PEIRCE, C. S. Estudos Coligados: Conferências sobre o Pragmatismo. In: CIVITA, V. (ed.). **Coleção Os Pensadores:** Skinner/Piaget. 1. ed. São Paulo: Ed. Abril Cultural, 1975.

POPPER, K. R. **Conjecturas e Refutações.** 4. ed. Brasília: Ed. Universidade de Brasília, 1972.

POPPER, K. R. **Coleção Os Pensadores,** São Paulo, ed. Nova Cultural, 1973.

POPPER, K. R. **Conocimiento objetivo.** Madrid: Ed. Editorial Tecnos, 1974.

POPPER, K. R. **Conjecturas e Refutações.** Brasília: Ed. Universidade de Brasília, 1994.

SANTOS JÚNIOR, E.; BASTOS FILHO, J. B. **Leis de Newton:** um laboratório virtual. Artigo apresentado no III Encontro Alagoano de Ensino de Ciências e Matemática. Mestrado em Ensino de Física. Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Alagoas. 2º semestre de 2014. Disponível em < <https://drive.google.com/file/d/0B1r7lhyJF1WPT1gzblhXS0NRTEk/view?pli=>> Acesso em 6 jan. 2016.

SILVA, Ana Paula R. C. Figueiredo. **Metamorfoses do conceito de abdução em Peirce:** o exemplo de Kepler. 2007. Dissertação. Faculdade de Ciências, Secção de história e filosofia das Ciências, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2007.

TEIXEIRA, E. S. Os caminhos de Newton para a gravitação universal: uma revisão do debate historiográfico entre Cohen e Westfall. **Caderno Brasileiro de Ensino da Física.** v. 27, n. 2, p. 215-254, 2010.